УДК 517.9

ЧАСТИЦЫ ВАКУУМА, ОПИСЫВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯ

Якубовский Е.Г.

Санкт-Петербург, e-mail: yakubovski@rambler.ru

Уравнения квантовой механики эквивалентны уравнению движения Ньютона, записанного для непрерывной среды в форме уравнения Навье – Стокса. Дискретность энергии счетного количества решений уравнения Навье – Стокса для турбулентного режима доказана в [1]. Кроме того в [1] доказано, что турбулентное решение является комплексным.

Ключевые слова: уравнение Шредингера, уравнение Клейна-Гордона, уравнения Навье – Стокса

PARTICLE VACUUM TO DESCRIBE PROPERTIES ELEMENTARY PARTICLE AND FIELDS

Jakubowski E.G.

NMSU, St. Petersburg, e-mail: yakubovski@rambler.ru

The equations of quantum mechanics are equivalent to Newton's equation of motion recorded for continuous protection in the form of the Navier – Stokes equations. Readability energy countable number of solutions of the Navier – Stokes equations for turbulent proved in [1]. Also in [1] that a complex solution is turbulent.

Keywords: Schrödinger equation, Klein-Gordon equation, Navier – Stokes

1. Связь волновой функции элементарных частиц со скоростью частиц вакуума

Целью статьи является описание с единых позиций, как элементарных частиц, так и электромагнитного и гравитационного поля. Дело в том, что частицы и поля могут проявлять как корпускулярные, так и волновые свойства. Т.е. различия между частицами и полями не существует. Отличие между частицами и полями проявляется в концентрации частиц вакуума, а их природа едина, это частицы вакуума см. [6]. При этом оказалось, что пространство микромира является комплексным, где мнимая часть описывает колебание или вращение частиц вакуума.

Для этого опишем частицы вакуума как непрерывную среду, подчиняющуюся уравнению Навье – Стокса. Для модели разреженного газа с малой скоростью движения, моделирующей свойства вакуума, справедливо уравнение Навье – Стокса.

$$\frac{\partial V_l}{\partial t}+V_k\frac{\partial V_l}{\partial x_k}=-\frac{\partial p}{\rho\partial x_l}+\nu\Delta V_l.$$

Причем кинематическая вязкость вакуума считаем равной

$$\nu=i\frac{\hbar}{2m}\cdot \qquad (1.1)$$

При этом скорость потока мельчайших частиц вакуума равна

$$V_l=-\frac{i\hbar}{m}\nabla_l\ln\psi,$$

где ψ волновая функция системы. При этом решение уравнения Навье – Стокса должно удовлетворять условию

$$\frac{\partial V_l}{\partial x_k}-\frac{\partial V_k}{\partial x_l}=0,\mathrm{rot}\mathbf{V}=0.$$

Для выполнения этого условия решение уравнения Навье – Стокса должно удовлетворять условию $V_l=V(x^1+x^2+x^3)$ или решение нужно искать в виде $V_l=V_l(x^l)$. Т.е. движению как одна плоскость в каждой повернутой декартовой системе координат. При этом пересечение скоростей в общей системе координат образует элементарные частицы. Т.е. получается, что решение уравнения Шредингера, это частный случай решения уравнения Навье – Стокса.

Покажем, что скорость частицы, описываемая законом движения Ньютона для жидкости, непосредственно связана с волновой функцией, описываемой квантовой механикой. Подставим это значение скорости в уравнение Навье – Стокса

$$\frac{\partial i\frac{\hbar}{m}\nabla\ln\psi}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{m^2}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial\nabla\ln\psi}{\partial x_l}=\frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 i\frac{\hbar}{m}\nabla\ln\psi}{\partial x_l^2}+\nabla\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt,$$

где интеграл берется вдоль линии тока частиц

$$V_k dt=dx_k,\ \int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt=\int_{(x_1^0,x_2^0,x_3^0)}^{(x_1,x_2,x_3)}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}dx_k.$$

Причем частная производная от этого интеграла вдоль линии тока, равна

$$\frac{\partial}{\partial x_l}\int_{(x_1^0,x_2^0,x_3^0)}^{(x_1,x_2,x_3)}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}dx_k=\frac{d}{V_l dt}\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt=\frac{\partial p}{V_l\rho\partial x^k}V_k=\frac{dp}{V_l\rho dt}=\frac{\partial p}{\rho\partial x^l}.$$

Это уравнение можно записать в виде

$$\nabla\left[\frac{\partial i\frac{\hbar}{m}\ln\psi}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{m^2}\left(\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}\right)^2/2+\frac{\hbar^2}{2m^2}\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}-\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt\right]=0.$$

Проинтегрируем градиент, получим

$$i\frac{\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{2m^2}\left(\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}\right)^2=-\frac{\hbar^2}{2m^2}\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}+\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt=-\frac{\hbar^2}{2m^2}\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}+U/m.$$

Умножим на массу $m\psi$, перенесем второй член в правую часть, получим уравнение Шредингера, причем справедливо

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x_l^2}=\psi\left[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}+\frac{1}{\psi^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x_l}\right)^2\right];$$

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\psi\left[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}+\frac{1}{\psi^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x_l}\right)^2\right]+\psi\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt=$$

$$=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x_l^2}+U\psi;U=m\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt.$$

То есть, для скорости частиц вакуума получено уравнение Шредингера, причем волновая функция этого уравнения связанна со скоростью частиц соотношением

$$V_l=-\frac{i\hbar}{m}\nabla_l\ln\psi\ \text{или}\ \psi=c\exp(i\int mV_l dx_l/\hbar),$$

где потенциал равен

$$U=m\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt=m\int_{(x_1^0,x_2^0,x_3^0)}^{(x_1,x_2,x_3)}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}dx_k.$$

Решение можно представить в виде локальной плоской волны

$$\psi=\frac{1}{\sqrt{V}}\exp[-i(E\Delta t-\mathbf{p}_0\Delta\mathbf{r})/\hbar][1+0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^3].$$

Эта формула является решением уравнения Шредингера в окрестности точки $\mathbf{r}_0$ и при подстановке у в этом виде в уравнение Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x_l^2}+U_0\psi+0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\psi .$$

Получаем равенство

$$E\psi==[\frac{p_0^2}{2m}+U_0+0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)]\psi+0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\psi .$$

Это уравнение сводится к тождеству

$$E=\frac{p_0^2}{2m}+U_0 .$$

А величина скорости равна

$$\mathbf{V}=\frac{\mathbf{p}_0}{m}+0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^2$$

в окрестности точки $\mathbf{r}_0$.

При этом равенство

$$V_l=-\frac{i\hbar}{m}\nabla_l\ln\psi$$

можно представить в виде

$$p_{lk}\psi_k=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi_k}{\partial x^l},$$

где p_{lk} – импульс k состояния частицы, откуда имеем определение оператора импульса

$$\hat{p}_l=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^l}, l=1,...,3 .$$

При этом, волновую функцию суперпозиции состояний можно представить в виде

$$\psi=\sum_k a_k\psi_k ,$$

где ψ_k – собственная функция разных состояний. При умножении волнового числа на константу, собственное число не меняется. Значит, не меняется и импульс частиц вакуума. В результате измерения получится одно из собственных чисел p_{lk}, определяющих одно из состояний, в силу ортогональности собственных функций. В самом деле, имеем, умножая на величину ψ_p, $\psi=\sum_k \psi_k$ уравнение

$$p_{lk}\psi_k\psi_p^*=\psi_p^*\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi_k}{\partial x^l}$$

при условии $k\neq p$ волновые функции ортогональны, значит и правая часть ортогональна. Т.е. в сумме по индексу k останется только член

$$p_{lp}\psi_p\psi_p^*=\psi_p^*\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi_p}{\partial x^l},$$

значит, реализуется только одно из состояний с индексом p. Т.е. импульс частиц вакуума является собственным числом оператора импульса.

При этом волновая функция комплексного импульса равна

$$p_l=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial(\ln\sqrt{\psi^*\psi}+i\arg\psi)}{\partial x^l}=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^l}$$

в случае, если пространство действительно.

Введем понятие локального импульса среды по формуле

$$p_l=-i\hbar\nabla_l\ln\psi ,$$

где величина ψ – волновая функция электрона. Для атома водорода она равна

$$\psi=R_{kl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi) .$$

При этом, используя локальный импульс среды можно записать решение уравнения Шредингера в виде

$$\psi = \exp[-i(E\Delta t - p_l \Delta x^l)][1 + O(\Delta x^l)^3],$$

где $E = i\hbar\partial_t \ln\psi, p_l = -i\hbar\partial_l \ln\psi$. При этом если локальный импульс действителен, то плотность вероятности равна константе, что определяет действительное значение импульса. Но плотность вероятности в общем случае и в частности в атоме водорода не константа, значит, энергия и импульс имеют комплексное значение. Тогда плотность вероятности зависит от координат. Если энергия и импульс являются комплексными, это означает комплексность координат и времени.

Покажем, что собственное значение оператора импульса может быть комплексным. Радиальная проекция оператора импульса определяется по формуле

$$\widehat{p}_r\psi = -i\hbar(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r})\psi;$$

$$\psi = \exp(ikr/\hbar)/r; p_r = k.$$

При комплексном значении $k, \operatorname{Im} k > 0$, получаем комплексное, ограниченное значение эрмитова оператора. Справедливость формулы для радиальной проекции оператора импульса следует из соотношения

$$\widehat{p}_r^2\psi = -\hbar^2(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r})(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r})\psi = -\hbar^2(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r})\psi.$$

Покажем, что собственное значение энергии может быть комплексным. Так для ямы постоянной глубины U_0 размером a, см. задачу в [5] к параграфу §22. Вне ямы решение имеет вид

$$\psi_n = b\exp(\pm\chi_n x), \chi_n = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E_n)}.$$

Внутри ямы решение ищем в виде

$$\psi_n = c\sin(k_n x + \delta), k_n = \frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar}.$$

Условие непрерывности волновых функций ψ_n' / ψ_n на границе ямы определяет решение

$$\sin\delta = \frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}}; \ \sin(k_n a + \delta) = -\frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}}.$$

Вычисления надо производить аккуратно, с учетом всех тонкостей периодических функций. При этом имеем одинаковые ветви у арксинуса

$$\delta = (-1)^p \arcsin\frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}} + \pi p, k_n a + \delta = -(-1)^p \arcsin\frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}} + \pi p.$$

При условии p нечетном, получаем уравнение, где в неявном виде задано значение энергии

$$k_n a = 2\arcsin\frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}} = \frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar}a = 2\arcsin\sqrt{\frac{E_n}{U_0}}.$$

Откуда определится конечное число действительных и счетное количество комплексных значений энергии E_n во всем пространстве. Комплексное значение E_n получается при значении аргумента у арксинуса больше единицы.

При комплексной энергии образуются квазистационарные состояния с комплексной волновой функцией. Это состояние продлится не долго, частица перейдет на действительные уровни энергии. Обозначим

$$y = \arcsin(\frac{(4n + 2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}),$$

из этого уравнения имеем действительное решение

$$y = -i\ln[i\frac{(4n+2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}} + \sqrt{1-(\frac{(4n+2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}})^2}]] + 2\pi n ,$$

откуда имеем

$$k_n a = 4\pi n + 2\varphi_n, \varphi_n = \arg[\sqrt{1-(\frac{(4n+2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}})^2} + i\frac{(4n+2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}] \cdot$$

Где величина φ_n определится из нелинейного уравнения и приближенно равна

$$\varphi E_{nn} = \arg[\sqrt{1-(\frac{4n\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}})^2} + i\frac{4n\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}] \cdot$$

Для комплексного корня имеем значение

$$y = \arcsin(\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}) \cdot$$

$$y = -i\ln\{i\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}[1+\sqrt{1-(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar})^2}]\} + 2\pi n + O(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar}) ,$$

где для арксинуса использовано главное значение, как и для квадратного корня, а для образовавшегося логарифма имеется счетное количество ветвей. Асимптотика решения для комплексного корня равна

$$k_n a = 4\pi n - 2i\ln\{i\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}[1+\sqrt{1-(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar})^2}]\} + O(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar}) =$$

$$= \pi(4n+1) - 2i\ln\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}} + O(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar}).$$

Причем для комплексного корня при большом значении n выполняется

$$\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}} >> 1 .$$

Имеем

$$\chi_n = \sqrt{-a+bi} = \sqrt{a^2+b^2}\exp(i\varphi), \varphi \in [\pi/4, \pi/2],$$

при условии, что мнимая часть b положительная. При этом вне стационарной ямы знак величины b определяется знаком $\mathrm{Im}(U_0 - E_n)$, т.е. этот знак положителен в силу отрицательной мнимой части у величины $E_n = \frac{k_n^2\hbar^2}{2m}$. Имеем условие

$$\mathrm{Re}\,\chi_n > 0$$

в силу условия на фазу χ_n, и значит, затухание сохранится при колебательном решении. При этом ветви всех функций, входящих в одну формулу, одинаковы. Внутри стационарной ямы волновая функция равна

$$\psi_n = c[\sin(\mathrm{Re}\, k_n x + \delta)\cosh(\mathrm{Im}\, k_n x) + i\cos(\mathrm{Re}\, k_n x + \delta)\sinh(\mathrm{Im}\, k_n x)] =$$
$$= c\sqrt{\sin^2(\mathrm{Re}\, k_n x + \delta) + \sinh^2(\mathrm{Im}\, k_n x)}\exp(i\varphi), \quad 0 < x < a.$$

Получается, что комплексное значение энергии при большом значении n имеет физический смысл.

Чем же это объясняется? Дело в том, что модель действительного пространства для объяснения всех эффектов квантовой механики не достаточна. Возникают комплексные собственные значения. Значит надо строить модель квантовой механики в комплексном пространстве. При этом операторы импульса и энергии не будут эрмитовые. Докажем, что оператор импульса не эрмитов в комплексном пространстве. Он равен

$$\hat{p}_x\psi = -i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x},$$

для чего вычислим скалярное произведение, оно окажется равным в случае действительного пространства

$$<\varphi\,|\,\hat{p}_x\psi> = \int\varphi^*\hat{p}_x\psi dxdydz = -i\hbar\int\varphi^*\frac{\partial\psi}{\partial x}dxdydz = i\hbar\int\psi\frac{\partial\varphi^*}{\partial x}dxdydz;$$
$$<\hat{p}_x\varphi\,|\,\psi> = \int[-i\hbar\frac{\partial\varphi}{\partial x}]^*\psi dxdydz = i\hbar\int\psi\frac{\partial\varphi^*}{\partial x^*}dxdydz.$$

Если пространство действительно, то получим равенство скалярных произведений, и значит оператор импульса эрмитов. Но если пространство комплексное, то равенства выражений не будет и оператор импульса будет не эрмитов.

Получим из релятивистского уравнения Навье – Стокса уравнение Клейна-Гордона. Рассмотрим уравнение Навье – Стокса с кинематической вязкостью $\nu = \frac{i\hbar}{2m}$ записанное в релятивистской форме, причем без учета теплового потока. Если релятивистское уравнение Навье – Стокса записано относительно тепловой функции единицы объема $w = e + p$ в локальной системе покоя см. [2]§133, то в предлагаемой формуле используется плотность в локальной системе покоя

$$\frac{i\hbar}{2m}\left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x^0\partial x_0} + \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^l\partial x_l}\right) - u^0\frac{\partial u_k}{\partial x^0} - u^l\frac{\partial u_k}{\partial x^l} = \frac{\partial p}{\rho\partial x^k}.$$

Получили релятивистское инвариантное уравнение Навье – Стокса.

Воспользуемся равенством для четырехмерной скорости

$$u_k = -\frac{i\hbar}{m}\nabla_k \ln\psi, k = 0,...,3.$$

При этом это равенство можно представить в виде

$$p_l\psi = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial x^l}, l = 0,...,3,$$

откуда имеем определение оператора импульса

$$\hat{p}_l = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^l}, l = 0,...,3.$$

Т.е. четырехмерный импульс частиц вакуума является собственным числом оператора импульса.

$$\frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^0\partial x_0} + \frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^l\partial x_l} +$$
$$+\frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^0} +$$
$$+\frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^l} =$$
$$= \frac{\partial p}{\rho\partial x^k}.$$

Разделим это уравнение на величину $\frac{\hbar^2}{m^2}$, получим

$$\frac{\partial}{\partial x^k}[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^l \partial x_l} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^0} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^l} - \frac{2m^2}{\hbar^2}\int\limits_{s_0}^{s} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} u^k ds] = 0,$$

где величина $dx^k = u^k ds, k = 0,...,3$, при этом интеграл вдоль траектории равен

$$c^2(s) - c^2(s_0) = c^2(x^0, x^1, x^2, x^3) - c^2(x_0^0, x_0^1, x_0^2, x_0^3) = \int\limits_{s_0}^{s} \frac{dc^2}{ds} ds =$$

$$= -\int\limits_{s_0}^{s} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} u^k ds = -\int\limits_{(x_0^0, x_0^1, x_0^2, x_0^3)}^{(x^0, x^1, x^2, x^3)} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} dx^k.$$

Причем, как функция метрического интервала, эта величина инвариантна относительно преобразования Лоренца. Здесь величина *s* соответствует значению метрического интервала, и интеграл берется вдоль траектории движения частиц, причем, частная производная от этого интеграла вдоль траектории, равна

$$\frac{\partial}{\partial x^l}\int\limits_{(x_0^0, x_1^0, x_2^0, x_3^0)}^{(x_0, x_1, x_2, x_3)} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} dx^k = \frac{d}{u^l ds}\int\limits_{s_0}^{s} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} u^k ds = \frac{\partial p}{u^l \rho \partial x^k} u^k = \frac{dp}{u^l \rho ds} = \frac{\partial p}{\rho \partial x^l}.$$

Проинтегрируем это уравнение, получим

$$[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^l \partial x_l} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^0} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^l}] - \frac{2m^2}{\hbar^2}\int\limits_{s_0}^{s} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} u^k ds =$$

$$= -m^2 c^2 / \hbar^2,$$

где константу интегрирования обозначили $m^2 c^2 / \hbar^2$. Умножим это уравнение на величину ψ и воспользуемся равенством

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^0 \partial x_0} = \psi[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x^0}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_0}], \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^l \partial x_l} = \psi[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x^l \partial x_l} + \frac{\partial \ln\psi}{\partial x^l}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}]$$

получим уравнение Клейна-Гордона с потенциалом.

$$-\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^0 \partial x_0} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^l \partial x_l} - \frac{2mU}{\hbar^2}\psi = m^2 c^2 \psi / \hbar^2;$$

$$U = -m\int\limits_{s_0}^{s} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} u^k ds = mc^2(x^0, x^1, x^2, x^3) - mc^2(x_0^0, x_0^1, x_0^2, x_0^3) < 0.$$

При этом время жизни стационарного состояния зависит от координаты частицы

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp[-i(E\Delta t - i\mathbf{p}_0 \Delta \mathbf{r}) / \hbar][1 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^3].$$

При этом локальное решение сводится к равенству

$$E^2 = p_0^2 c^2 + 2mUc^2 + m^2 c^4.$$

Это уравнение приводится к виду в не релятивистском случае

$$E - mc^2 = \frac{p_0^2}{2m} + U = \frac{p_0^2}{2m} + mc^2(x^0, x^1, x^2, x^3) - mc^2(x_0^0, x_0^1, x_0^2, x_0^3).$$

2. Свойства частиц вакуума

2.1. Размер и масса частиц вакуума

Кинематической вязкости вакуума ν, полученной из предположения (1.1) соответствует формула

$$\nu = i\frac{\hbar}{m_\gamma} = \frac{\Lambda ic}{3}, \qquad (2.1.1)$$

где получается, что длина свободного пробега Λ выражается через массу частицы вакуума (кинематическая вязкость газа равна $\nu = c\Lambda/3$). При этом окажется, что вычисленная далее по тексту масса частицы вакуума равна $m_\gamma = 8.4\cdot 10^{-55}$ г,

$$\Lambda = \frac{3\hbar}{m_\gamma c},$$

что позволяет оценить длину свободного пробега, которая будет определена по массе частицы, равна величине $\Lambda = 1,2\cdot 10^{17}$ см. Т.е. вакуум является разреженным газом с большой длиной свободного пробега.

Но мнимая кинематическая вязкость вакуума огромна

$$\nu = i\hbar/m_\gamma = i\frac{10^{-27}}{8.4\cdot 10^{-55}} = 1.19\cdot 10^{27}\ \text{см}^2/\text{с}.$$

Вязкость вакуума равна $\mu = \rho_\gamma \nu = 1.19\cdot 10^{-2}\frac{\text{г}}{\text{см}\cdot\text{с}}$, что меньше вязкости твердого тела. Величина $\rho_\gamma = 10^{-29}$ г/см^3 плотность вакуума. Вязкость железа при температуре 30°С равна $\mu = 14\cdot 10^{10}\frac{\text{г}}{\text{см}\cdot\text{с}}$, см. [3, с.37].

Используется для скорости движения возмущения средний квадрат этой скорости, который равен скорости света. Вакуум состоит из диполей, образованных электрон-позитронными парами.

При этом позитроний не стабилен, что следует из его описания как водородоподобной системы, состоящей из электрона и его античастицы, позитрона. Но при энергии позитрония, равной $7.66\cdot 10^{-43}$ эрг, позитроний является стабильной частицей. Эта энергия частицы соответствует сближению электрона и позитрона и образованию диполя. При этом энергия позитрония изменится, определяясь по формуле $e^2 l_\gamma/[r-(\mathbf{r},\mathbf{V})/c]^2$ вместо величины e^2/r, следовательно, волновая функция позитрония изменится и, судя по энергии покоя позитрония, он в этом случае является стабильной частицей. При этом волновая функция вакуума будет представлять одну частицу с малой массой, определенной из дальнейших описаний. Возможен предельный переход при условии $l_\gamma \to 0$, в отличие от энергии электрона, у которого радиус конечен.

Источником массы электрона или позитрона является его электрическая энергия, равная $m_e c^2 = e^2/r_{ge}$.

По мере уменьшения потенциальной энергии этой частицы, позитрония, электрон и позитрон сближаются на расстояние меньше их радиуса r_e, компенсируя заряды, образуя диполь. По порядку величины, эту связь можно записать в виде $m_\gamma c^2 = e^2 l_\gamma / r_{ge}^2$. Энергия этого диполя определяется по формуле

$$m_\gamma c^2 = eU_\gamma = e^2\left(\frac{11}{r_{ge+}} - \frac{}{r_{ge-}}\right) =$$

$$= e^2\frac{r_{ge-} - r_{ge+}}{r_{ge-}r_{ge+}} = e^2\frac{l_\gamma}{r_{ge}^2}.$$

При этом волновые функции зарядов пересекаются, но между их центрами есть расстояние l_γ. При рассмотрении взаимодействия положительного заряда с диполем, заряд которого эквивалентен отрицательному, и притягивается к положительному заряду и имеем неравенство $r_{ge-} > r_{ge+}$, т.е. величина энергии в правой части равенства положительна. При взаимодействии с отрицательным зарядом, диполь становится положителен, приближается к отрицательному заряду, и значит, имеем неравенство $r_{ge+} > r_{ge-}$.

$$m_\gamma c^2 = eU_\gamma = e^2\left(\frac{1}{r_{ge-}} - \frac{1}{r_{ge+}}\right) = e^2\frac{r_{ge+} - r_{ge-}}{r_{ge-}r_{ge+}} = e^2\frac{l_\gamma}{r_{ge}^2}.$$

При этом энергия диполя отрицательна, так как справедливо $m_\gamma c^2 - e^2 \dfrac{l_\gamma}{r_{ge}^2} = 0$.

Величину $r_\gamma = r_{ge}$ назовем образующим радиусом диполя. В случае атома водорода образующий радиус состоит из двух разных диполей, диполя образующего электроном и позитроном, и диполя образующего электронами и ядром атома. Средний эффективный радиус диполя равен $r_\gamma = \sqrt{r_{ge} a_0}$, где a_0 это радиус Бора. В случае ядра атома, образующий радиус кварка равен $r_\gamma = \sqrt{r_{ge} r_d}, r_d = e^2/(9 m_d c^2)$ и образован двумя диполями, кварк и анти кварк, электрон и позитрон. По образующему радиусу диполя определяются эффективные свойства частиц вакуума по формулам (2.1.4), (2.1.6).

Объяснить введение образующего радиуса частицы вакуума можно следующим образом. Описание диполя с приближенной потенциальной энергий $\dfrac{e^2 l_\gamma}{r^2} \cong \dfrac{e^2}{r}\dfrac{l_\gamma}{r_{ge}}$, можно представить как величину заряда $e\sqrt{l_\gamma / r_{ge}}$ электрона, вращающегося в поле ядра с тем же зарядом. Радиус r_B, равный радиусу Бора, полученный решением для атома водорода с таким зарядом $e\sqrt{l_\gamma / r_{ge}}$ ядра и электрона, равен

$$r_B = \frac{\hbar^2}{mq^2}\frac{m_\gamma}{m_e} = \frac{\hbar^2}{me^2}\frac{r_{ge}}{l_\gamma}\frac{m_\gamma}{m_e} = \frac{a_0 r_{ge}}{l_\gamma}\frac{m_\gamma}{m_e}.$$

Откуда энергия частицы вакуума, равна $\dfrac{e^2}{r_B} = \dfrac{e^2 l_\gamma}{a_0 r_{ge}}\dfrac{m_e}{m_\gamma}$. Откуда образующий радиус электронов в атоме водорода равен среднему геометрическому между радиусом Бора электрона a_0 и электрическим гравитационным радиусом электрона r_{ge}, т.е. $r_\gamma = \sqrt{a_0 r_{ge}}$.

Аналогичный результат можно экстраполировать для ядра атома с зарядом $e\sqrt{l_\gamma / r_{ge}}$. Радиус ядра с зарядами $e\sqrt{l_\gamma / r_{ge}}$ равен величине

$$r_A = \frac{\hbar^2}{137^2 m_u q_A^2}\frac{m_\gamma}{m_u} = \frac{\hbar^2}{137^2 m_u 100 e^2}\frac{r_{ge}}{l_\gamma}\frac{m_\gamma}{m_u} = \frac{e^2}{100 m_u c^2}\frac{r_{ge}}{l_\gamma}\frac{m_\gamma}{m_u} = \frac{9 r_u r_{ge}}{400 l_\gamma} = \frac{r_u r_{ge}}{45 l_\gamma}\frac{m_\gamma}{m_u}.$$

Заряд ядра q_A равен $q_A = 10e$. Энергия ядра равна $\dfrac{q_A^2}{r_A} = \dfrac{45 q_A^2 l_\gamma}{r_u r_{ge}}\dfrac{m_u}{m_\gamma}$. Откуда имеем образующий радиус кварка, равен среднему геометрическому между размером кварка и электрическим радиусом электрона

$$r_{\gamma u} = \sqrt{r_u r_{ge}/45},\ r_{\gamma d} = \sqrt{r_d r_{ge}/10},$$

где величина $r_u = \dfrac{4e^2}{9 m_u c^2}$ – размер кварка.

Сечение образовавшейся частицы вакуума в системе центра инерции при образовании диполя, со средним расстоянием между частицами, равным величине l_γ, состоящего из электрона и позитрона «радиуса» r_{ge}, равно по порядку величины

$$\sigma = \pi l_\gamma^{2/3} r_\gamma^{4/3}.$$

σ – сечение образования частица-античастица в виде диполя.

Для связи длины свободного пробега Λ с концентрацией n и сечением частиц σ справедлива формула см. [4]

$$n\sigma = \frac{1}{4\sqrt{2}\Lambda}.$$

Откуда получаем формулу для концентрации частиц вакуума при отсутствии гравитационного поля равной величине. Значение концентрации определяем после вычисления массы частицы вакуума m_γ.

Кроме того, нужно определить расстояния между электроном и позитроном в составе частицы вакуума l_γ. Электромагнитный радиус электрона равен значению

$$r_{\gamma p} = r_{ge} = e^2 / m_e c^2 = 2.84 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

$$n = \frac{1}{4\sqrt{2}\sigma\Lambda} = \frac{m_\gamma c}{2\sqrt{2}\pi l_\gamma^{2/3} r_\gamma^{4/3} 3\hbar} = \frac{\rho_\gamma}{m_\gamma}.$$

Откуда имеем

$$\left(\frac{c}{6\sqrt{2}\pi\rho_\gamma\hbar}\right)^{3/2} \frac{m_\gamma^3}{r_\gamma^2} = l_\gamma. \qquad (2.1.2)$$

При этом можно определить массу частицы вакуума, и значит величину размера диполя, образующего частицу вакуума

$$m_\gamma c^2 = e^2 l_\gamma / r_\gamma^2. \qquad (2.1.3)$$

Подставляя в (2.1.3) значение l_γ получим величину массы частицы вакуума m_γ

$$m_\gamma = \frac{c r_\gamma^2}{e}\left(\frac{6\sqrt{2}\pi\rho_\gamma\hbar}{c}\right)^{3/4} = \rho_\gamma r_\gamma^3 \left[\frac{(6\sqrt{2}\pi)^3 137^2 \hbar}{r_\gamma^4 \rho_\gamma c}\right]^{1/4}. \qquad (2.1.4)$$

При этом концентрация частиц вакуума равна

$$n = \frac{\rho}{\rho_\gamma r_\gamma^3}\left[\frac{r_\gamma^4 \rho_\gamma c}{(6\sqrt{2}\pi)^3 137^2 \hbar}\right]^{1/4}, \qquad (2.1.5)$$

где ρ – плотность системы из элементарных частиц, например, плотность электрона в атоме равна $\rho = \frac{3m_e}{4\pi a_0^3}$, где m_e – масса электрона, a_0 – радиус Бора.

При этом величина размера диполя равна

$$l_\gamma = \frac{137\rho_\gamma r_\gamma^5 c}{\hbar}\left[\frac{(6\sqrt{2}\pi)^3 137^2 \hbar}{r_\gamma^4 \rho_\gamma c}\right]^{1/4}. \qquad (2.1.6)$$

Построение теории, частным случаем которой является квантовая механика, предполагает определение постоянной Планка из свойств частиц вакуума. Такая формула существует, постоянная Планка равна моменту импульса частиц вакуума.

Постоянная Планка равняется моменту импульса частиц вакуума

$$\hbar = m_\gamma r_\gamma^2 \omega_\gamma; \omega_\gamma = \frac{137c}{l_\gamma},$$

где предполагается, что частица вакуума имеет спин, равный 0 или 1, так как состоит из двух фермионов с параллельным или анти параллельным спином. Частота вращения огромна, $\omega_\gamma = \frac{137 \cdot 3 \cdot 10^{10}}{10^{-41}} \cong 5 \cdot 10^{53} / s$, но так как масса мала, получается, что значение момента импульса равно постоянной Планка. Такая большая частота говорит о имеющейся у частиц вакуума энергии. Причем частицы вакуума вращаются с четырехмерной скоростью $u = \frac{137 r_\gamma}{l_\gamma} >> 1$. При этом трехмерная скорость равна $V = \frac{uc}{\sqrt{1+u^2}}$.

При условии $r_\gamma = r_{ge}$, получаем значение $l_\gamma = 7\cdot 10^{-42}$ см, масса частицы вакуума будет порядка величины $m_\gamma = 8.44\cdot 10^{-55}$ г, что гораздо меньше пределов погрешности измерения этой массы.

В случае, если частицей вакуума является *u* кварк и его античастица, эффективная масса частицы вакуума равна $m_{\gamma u} = 1.86\cdot 10^{-57}$ г и $l_{\gamma u} = 7.67\cdot 10^{-48}$ см, где образующий радиус диполя, составленный из двух частиц вакуума, электрона и позитрона, кварка и анти кварка, равен

$$r_{\gamma u} = \sqrt{r_{ge} r_u /45} = 1.4\cdot 10^{-14} \text{ см};$$

$$r_u = 4e^2/(9\, m_u c^2) = 3{,}14\cdot 10^{-14} \text{ см}.$$

$$r_{\gamma d} = \sqrt{r_{ge} r_d /10} = 2\cdot 10^{-14} \text{см};$$

$$r_d = \frac{e^2}{9 m_d c^2} = 3.1\cdot 10^{-15};$$

$$m_{\gamma d} = 3.72\cdot 10^{-57} \text{ г}$$

при массе кварка

$$m_d = 4.79 MeV, m_u = 2.01 Mev$$

и заряд, равный $2e/3, e/3$. В случае если частицей вакуума является диполь, образуемый атомом водорода образующий радиус равен

$$r_{\gamma 0} = \sqrt{r_{ge} a_0} = 3.77\cdot 10^{-11} \text{ см}.$$

Масса эффективного образующего диполя

$$m_\gamma = 1.48\cdot 10^{-50} \text{ г},$$

размер эффективного образующего диполя

$$l_{\gamma 0} = 2.16\cdot 10^{-33} \text{ см}.$$

Образован двумя частицами вакуума – электрон, позитрон, и диполь, состоящий из электрона и протона.

2.2. Турбулентное решение в ядре атома

Поведение частиц вакуума квантовая механика описывает приближенно, скорость вычисляется с помощью потенциала, являющегося логарифмом волновой функции $V_l = -\frac{i\hbar}{m}\nabla \ln\psi$, что справедливо для потенциального потока частиц вакуума.

Потенциальное решение уравнения Навье – Стокса является приближенным. При этом, число Рейнольдса частицы вакуума в ядре атома водорода равно

$$R = \frac{aV}{i\dfrac{\hbar\rho_\gamma}{m_\gamma \rho_l} + \nu} = \frac{\rho_l r_A V}{i\rho_\gamma \hbar / m_\gamma} = \frac{m_p^4 c^3 V r_A m_\gamma}{i\rho_\gamma \hbar^4} =$$

$$= \frac{3\cdot 1836^4 10^{-27\cdot 4} 81\cdot 10^{4\cdot 10} 1.4\cdot 10^{-13} 8.84\cdot 10^{-64}}{4\cdot\pi\cdot 4\cdot 10^{-29-27\cdot 4}} = 1.5\cdot 10^6,$$

где для скорости частиц вакуума в ядре атома принята величина скорости *c*/4. Плотность среды, равна

$$\rho_l = \frac{3 m_p^4 c^3}{4\pi\hbar^3},$$

плотность двигающихся частиц вакуума равна величине $\rho_\gamma = 10^{-29}$ г/см³. При этом кинематическая вязкость квантовой среды равна

$$i\frac{\hbar\rho_\gamma}{m_\gamma \rho_l} + \nu.$$

Величина $i\hbar/(2m)$ в уравнении Шредингера играет роль кинематической вязкости. Добавка к ней величины вязкости среды ν, определяет вязкость макро среды, определяемую по формуле

$$\frac{i\hbar}{2m_b}\rho_b + \mu,$$

где величина ν – кинематическая вязкость среды; ρ_l – плотность среды и ρ_b – плотность тела; m_b – масса двигающейся элементарной частицы или макротела, ρ_b – плотность двигающегося тела, ρ_l, μ – плотность и вязкость макросреды. Для кинематической вязкости имеем выражение в случае отличия плотности среды от плотности тела

$$\frac{i\hbar}{2m_b}\frac{\rho_b}{\rho_l}+\nu .$$

Эта формула для макротела определяет кинематическую вязкость по выражению

$$\frac{i\hbar}{2m_b}\frac{\rho_b}{\rho_l}+\nu \cong \nu$$

в силу большой массы макротела, а для элементарных частиц по выражению

$$\frac{i\hbar\rho_b}{2m_b\rho_l}+\nu .$$

Введение комплексной кинематической вязкости определяет уравнение

$$i(\hbar-2im\nu\rho_l/\rho_b)\frac{\partial\Psi}{\partial t}=$$
$$=-\frac{(\hbar-2im\nu\rho_l/\rho_b)^2}{2m}\Delta\Psi+U\Psi.$$

При этом кинематическая вязкость ν соответствует вязкости в твердом теле, жидкости или в газе.

В случае электромагнитного поля атома водорода плотность облака электрона мала

$$\rho=\rho_e=\frac{3m_e}{4\pi a_0^3}=0.0017 \text{ г/см}^3$$

и его кинематическая вязкость частиц вакуума огромна и число Рейнольдса равно $R=0.0133$ и описывается потенциальным режимом. Критическое число Рейнольдса определяется обратной величиной тангенса наклона микро-шероховатостей и равно величине отношения характерного размера тела к высоте шероховатости

$$R_{cr}=\frac{r_e}{a_0-r_e}=\frac{1.9\cdot10^{-11}}{0.5\cdot10^{-8}}=3.8\cdot10^{-3}\text{ см [1].}$$

Эти микро-шероховатости определяются разбросом высоты шероховатости за счет наличия частиц вакуума. При этом, так как волновая функция действительная, скорость является мнимой, значит режим не ламинарный. Критическое число Рейнольдса меньше единицы, так как шероховатость огромна, а критическое число Рейнольдса определяется величиной обратной модулю средней величины тангенса наклона шероховатостей. По мере увеличения внешнего поля плотность и энергия частиц вакуума растет, и, следовательно, увеличивается их скорость, что приводит к увеличению числа Рейнольдса, причем в турбулентном режиме. В ядре атома, при большой концентрации и энергии частиц вакуума, гидродинамическое приближение о потенциальной скорости не работает, и надо использовать турбулентный режим расчета частиц вакуума, и значит, надо описывать ядро атома по-другому, не по закону квантовой механики.

Или надо описывать турбулентный режим с помощью комплексной волновой функции, получая комплексную турбулентную скорость потенциального течения. При этом локальная формула для волновой функции

$$\psi=\frac{1}{\sqrt{V}}\exp\{-i(E\Delta t-\mathbf{p}_0\Delta\mathbf{r})/\hbar\}\times$$
$$\times[1+0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^3]$$

должна содержать комплексное значение $\mathbf{p}_0$, значит, собственное число оператор импульса $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x^i}$ должно являться комплексным, с действительной и мнимой частью, что возможно при комплексных координатах. Т.е. если описывать ядро атома уравнением Шредингера, или Клейна – Гордона, то нужно вводить комплексные координаты. Ведь неотъемлемым свойством турбулентного режима является комплексная скорость см. раздел 4. При этом для описания ядра атома необходимо использовать уравнение Навье – Стокса, из которого как частный случай при потенциальной скорости, следует уравнение Шредингера.

Причем в ядре атома водорода количество частиц вакуума в верхнем кварке равно

$$N_u=\frac{m_u}{m_{\gamma u}}=5\cdot10^{28}.$$

При этом энергия по порядку величины в ядре атома равна (всего имеется $\frac{N_u}{2}$ диполей, количество частиц надо разделить на два, так как учитываются положительно и отрицательно заряженные частицы)

$$E_p = -\frac{e^2 l}{r_d^2}\frac{N_u}{2} + m_\gamma c^2 N_u / 2\sqrt{1 - V^2/c^2} =$$

$$= -\frac{e^2 l}{r_d^2}\frac{m_u}{2m_\gamma} + m_\gamma c^2 \frac{m_u}{2m_\gamma\sqrt{1 - V^2/c^2}} =$$

$$= -\frac{e^2 m_u}{r_u^2}\frac{137 \cdot r_u r_e c}{90\hbar} + \frac{m_u c^2}{2\sqrt{1 - V^2/c^2}} = -m_u c^2 \frac{9m_u}{8 \cdot 45 m_e} + \frac{m_u c^2}{2\sqrt{1 - V^2/c^2}} =$$

$$= -0.1MeV + 940MeV; V/c = 1 - 4.79/(4 \cdot 940) = 1 - 0.0013$$

$$E_n = -m_d c^2 \frac{9m_d}{2 \cdot 10 m_e} = -20.6Mev, \quad m_u = 2Mev, m_d = 4.79Mev,$$

где для радиуса частицы r_γ вакуума берется средняя геометрическая величина между радиусом d кварка r_d, и радиусом электрона r_e.

Частицу вакуума в ядре образуют частица и античастицы электрон и позитрон, нижний и верхний кварк, итого получаем величину образующего радиуса, равной

$$r_\gamma = \sqrt{r_u r_e / 10}.$$

При этом энергия протона равна

$$-(0.1 \cdot 2 + 20.6)Mev = -20.8Mev,$$

при энергии протона в атоме $30Mev$, вычисленной в [5].

3. Физический смысл напряженности электромагнитного поля

Покажем, что существуют заряженные частицы вакуума, обеспечивающие векторный и скалярный потенциал электромагнитного поля. Ротор меняет знак при переходе из правой декартовой системы координат в левую. Это можно доказать расписав определение ротора в декартовой системе координат и поменяв знак в одном столбце у оператора дифференцирования и этой же компоненте скорости.

$$\nabla_l \times \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & -\mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & -\frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & -V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\nabla_r \times \mathbf{V}.$$

Индекс r соответствует правой системе координат, индекс l – левой. При этом дивергенция знак не меняет. Распишем величину комплексной скорости в виде

$$\mathbf{V} = (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

и подействуем оператором дивергенция на обе части равенства

$$\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2.$$

Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\mathrm{Re}\,\mathbf{V}, \mathrm{Im}\,\mathbf{V}$ возьмем левую дивергенцию. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. При этом имеем соотношение $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^*$. Так как при этом в плоскости $\mathrm{Re}\,\mathbf{V}, \mathrm{Im}\,\mathbf{V}$ действительная часть не изменит знака, а мнимая часть изменит знак, получим

$$\nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^* =$$

$$= \nabla_l (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2.$$

При этом воспользовались тем, что правая и левая дивергенция равны. Откуда получаем $\nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = 0$, и значит, $(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = i \cdot \nabla_r \times \mathbf{A}$, т.е. мнимая часть комплексной скорости соленоидальная.

Аналогично расписываем скорость, подействовав оператором ротор

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

но при этом величину скорости представим в виде

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t},$$

где величина $\mathbf{A}$ действительна, а скорость c это скорость возмущения в среде. Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\mathrm{Re}\,\mathbf{V}, \mathrm{Im}\,\mathbf{V}$ возьмем левый ротор, получим соотношение

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^*.$$

При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. Так как при этом действительная часть изменит знак, а мнимая часть нет, ($\nabla_l \times = -\nabla_r \times$ и взята комплексно сопряженная часть), имеем

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^* = \nabla_l \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 =$$
$$= -\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

т.е. получим $\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*) = 0$. Это соотношение эквивалентно $(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 = -\mathrm{grad}\varphi$. Итак, имеем

$$\mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} = -\nabla\varphi + i \cdot \nabla \times \mathbf{A}; \mathbf{V}_0^* + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} = -\nabla\varphi - i \cdot \nabla \times \mathbf{A}.$$

Из этого равенства имеем

$$\mathbf{V}_0 = -\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} + i \cdot \nabla \times \mathbf{A}; \mathbf{V}_0^* = -\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} - i \cdot \nabla \times \mathbf{A}. \quad (3.1)$$

Комплексный поток частиц вакуума пропорционален соотношению

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H} = [\nabla S \rho_v + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{j}_v S}{\partial t} - i\nabla \times \mathbf{j}_v S / c],$$

что следует из формулы (3.1), где этот вектор описывает скорость поперечной деформации частиц вакуума и является напряженностью электромагнитного поля, имея размерность заряда, деленного на квадрат радиуса. При этом векторный потенциал описывает поступательную скорость частиц вакуума, и определяется по формуле

$$\mathbf{A} = \mathbf{j}_v S / c = q n_v \mathbf{V}_v S / c.$$

Скалярный потенциал определяется величиной концентрации частиц вакуума $\varphi = S\rho_v = qSn_v$. Заряд частицы вакуума равен

$$q = e\sqrt{l/[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]},$$

где l – размер диполя. Взаимодействуя с другими диполями, образуется электромагнитное поле $\varphi = e/[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]$. При этом плотность частиц вакуума определяется по формуле

$$n_v = 1/(S\sqrt{l[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]}),$$

где величина S эффективная поверхность, определяемая масштабом задачи. При уменьшении радиуса напряженность поля растет, и плотность частиц вакуума растет тоже. При этом должен участвовать минимальный размер частицы l. Из соотношения размерности и симметрии получаем формулу для концентрации частиц вакуума в данной системе. Значит, имеем формулу для создаваемого поля частицами вакуума в свободном пространстве

$$\varphi = e/[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}_v)/c],$$

$$\mathbf{A} = e\mathbf{V}_v / (c[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}_v)/c]).$$

Вычислим потенциал электрона в атоме водорода через свойства частиц вакуума. Электрическая энергия электрона, т.е. электрическая энергия разноименно заряженных частиц вакуума по порядку величины равна. Количество частиц надо разделить на два, так как учитываются положительно и отрицательно заряженные частицы. При этом имеем

$$N_e = \frac{m_e}{m_{\gamma 0}} = 6 \cdot 10^{22}.$$

Вычислим энергию электрона в атоме водорода

$$q\varphi = -\frac{e^2 l}{a_0^2}\frac{N_e}{2} = -\frac{e^2 l}{a_0^2}\frac{m_e}{2m_\gamma} = -\frac{e^2 m_e}{a_0^2}\frac{137 r_\gamma^2 c}{2\hbar} = -\frac{e^2 m_e}{a_0^2}\frac{137 r_e a_0 c}{2\hbar} =$$

$$= -m_e c^2 \frac{r_e}{2a_0} = -\frac{e^2}{2a_0} = -m_e c^2 / (2 \cdot 137^2) =$$

$$= -m_e e^4 / (2\hbar^2) = -13.6 eV.$$

где для радиуса частицы вакуума r_γ берется средняя величина между радиусом Бора a_0, и радиусом электрона r_e.

Частицы вакуума образуют электрон и позитрон, диполь также образует протон и электрон, эта частица также является частицей вакуума. Итак, образующий радиус равен $r_\gamma = \sqrt{a_0 r_e}$. Величина числа частиц вакуума в атоме водорода, равна

$$N_0 = \rho_e 4\pi a_0^3 / (3m_\gamma) = m_e / m_\gamma.$$

В случае описания движения электронов плотность облака электронов в атоме водорода

$$\rho_e = \frac{3m_e}{4\pi a_0^3} = 0.00171 \text{ г/см}^3,$$

где a_0 – радиус Бора. При этом плотность частиц вакуума совпадает с величиной

$$\rho_e = \frac{m_\gamma}{\pi r_c^2 \sqrt{l_\gamma r_c}},$$

что следует из формулы $n_\gamma = 1/(S\sqrt{l_\gamma[r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]})$ и характерный радиус r_c системы равен

$$r_c = (\frac{m_\gamma}{\pi\rho_e\sqrt{l_\gamma}})^{2/5} = [\frac{\sqrt{\rho_\gamma^{3/4}(\hbar/c)^{5/4}[(6\sqrt{2}\pi)^3 137^2]^{1/4}/137}}{\pi\rho_e}]^{2/5} = 1.47 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

Эта величина совпадает с размером ядра. Применим эту формулу для ядра атома

$$\rho_d = \frac{3m_d^4 c^3}{4\pi h^3} = 1.37 \cdot 10^5 \text{ г/см}^3.$$

При этом характерный размер равен

$$r_c = (\frac{m_{\gamma d}}{\pi\rho_d\sqrt{l_{\gamma d}}})^{2/5} = [\frac{\sqrt{\rho_\gamma^{3/4}(\hbar/c)^{5/4}[(6\sqrt{2}\pi)^3 137^2]^{1/4}/137}}{\pi\rho_d}]^{2/5} = 1.06 \cdot 10^{-16} \text{ см.}$$

Что соответствует размеру протона, вычисленному из условия, что вся энергия протона электромагнитная

$$r_p = \frac{e^2}{m_n c^2} = 1.39 \cdot 10^{-16} \text{ см.}$$

Несовпадения множителя объясняется приближенностью формул. Формулы, находящие плотность частицы, должны быть статистическими, а не качественными, причем, характерный размер системы не совпадает с размером системы, по которому вычислена плотность.

Получается, что потенциал поля внутри атома велик, что приводит к большой концентрации частиц вакуума.

При этом в этих формулах учтено запаздывание электромагнитного потенциала согласно формуле Лиенара-Вихерта, получим формулу

$$\varphi = \frac{e}{r-(\mathbf{r},\mathbf{V})/c},\ \mathbf{A} = \frac{e\mathbf{V}/c}{r-(\mathbf{r},\mathbf{V})/c}.$$

Радиус-вектор $\mathbf{r}$, проведенный из точки нахождения заряда в точку наблюдения, и все величины в правой части равенства взяты в момент времени t', определяющийся из формулы $t'+r(t')/c=t$, где t – текущее время. Значит, скорость частиц вакуума $\mathbf{V}=\mathbf{V}_v$ в момент времени t на расстоянии $r(t')$ от электрона равна скорости электронов в момент времени t'.

Причем, если размеры излучающей системы малы по сравнению с длиной волны, то имеем $t'=t-R/c$, где R – расстояние от излучающей системы до частицы вакуума, или точки, которая соответствует потенциалу поля.

При этом величины потенциала определяются с точностью до неизвестной функции

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \mathrm{grad}\psi, \varphi = \varphi' - \frac{\partial\psi}{c\partial t}.$$

Т.е. имеем соотношение

$$\mathbf{j}_v = \mathbf{j}'_v + \mathrm{grad}\psi_v, \rho_v = \rho'_v - \frac{\partial\psi_v}{c\partial t},$$

т.е. получается, что величина тока частиц вакуума определена с точностью до градиента скаляра, а плотность частиц вакуума с точностью производной по времени от неизвестной функции. Т.е. плотность частиц вакуума переменна во времени, а сила тока определена с точностью до пространственной компоненты. Но оказывается, что плотность частиц вакуума и сила тока определены с точностью до волны частиц вакуума. Взяв величину дивергенции от силы тока и производную по времени от плотности тока, получим уравнение неразрывности потока частиц вакуума. При этом относительно величины ψ_v получим волновое уравнение. Относительно заряженных частиц вакуума может свободно распространяться волна со скоростью света, не испытывая затухания, в случае отсутствия материальных тел.

Для комплексной напряженности поля $\mathbf{F}=\mathbf{E}+i\mathbf{H}$ справедливо (3.3), что следует из уравнений Максвелла

$$\Delta\mathbf{F} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{F}}{\partial t^2} = 4\pi(\nabla\rho + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\mathbf{j}}{\partial t} - i\nabla\times\mathbf{j}/c). \qquad (3.3)$$

Тогда, подставляя

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{c\partial t} + i\cdot\nabla\times\mathbf{A},$$

определяется волновое уравнение относительно напряженности. Можно записать (3.3) в виде

$$\Delta\mathbf{U} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{U}}{\partial t^2} = -4\pi\mathbf{u}, \qquad (3.4)$$

где величина

$$\mathbf{U} = \mathbf{E} + i\mathbf{H} = [\nabla S\rho_v + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\mathbf{j}_v S}{\partial t} - i\nabla\times\mathbf{j}_v S/c] -$$

комплексный поток частиц вакуума, что следует из (3.1), а величина

$$\mathbf{u} = -\nabla\rho - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\mathbf{j}}{\partial t} + i\nabla\times\mathbf{j}/c \ -$$

комплексный поток источника электромагнитного поля, электронов.

Это связь двух комплексных потоков, движущегося электрона и потока движения заряженных частиц вакуума. Причем движущиеся электроны описываются решением уравнения Навье – Стокса или задачей множества тел, и состоят из совокупности частиц вакуума. Если имеем двигающееся заряженные частицы, то окружающая среда с частицами вакуума малой плотности придет в детерминированное движение. В четырехмерном пространстве интеграл от потока двигающейся частицы равен вытекающему из этой трехмерной гиперповерхности количеству частиц вакуума, причем вытекающий поток пропорционален градиенту по четырем компонентам от скорости потока частиц вакуума. При этом интеграл по замкнутой трехмерной гиперповерхности преобразуется в интеграл по четырехмерному объему отдельно для каждой *l* компоненты векторов

$$\int_\Omega 4\pi u_l dxdydzdt = -\oint_S (\nabla U_l)_n ds_n =$$

$$= -\int_\Omega \nabla\nabla U_l dxdydzdt.$$

В результате получается волновое уравнение (3.4) в силу четырехмерного определения градиента и дивергенции.

4. Физический смысл комплексного пространства

4.1. Образование комплексных координат, описывающих пульсирующее решение

Опишем физический смысл комплексного решения. Рассмотрим действительное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений $x_\alpha(t)$.

Пусть начальные данные имеют среднее значение x_α^0 и дисперсию $<[\Delta x_\alpha^0]^2>$. Дисперсия начальных данных в случае уравнения Навье – Стокса определяется шероховатостью поверхности или не точно заданными начальными данными. Тогда для дисперсии решения имеем

Приведу формулировку обратной теоремы Пифагора. Для всякой тройки положительных чисел *a,b* и *c*, такой, что $a^2+b^2=c^2$, существует прямоугольный треугольник с катетами *a* и *b* и гипотенузой *c*. Значит, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение образуют катеты, а гипотенузой является корень из среднего квадрата величины. Т.е величина среднего $<x_l>$ ортогональна среднеквадратическому отклонению $\sqrt{<[\Delta x_l]^2>}$, которое образует мнимую часть координаты тела. Таким образом, полученное в результате усреднения во времени декартово пространство с колебательной скоростью высокой частоты (период колебания меньше времени измерения) становится комплексным пространством. Т.е. в случае большой дисперсии величины действительного пространства, его нужно рассматривать как комплексное трехмерное пространство, где мнимая часть соответствует среднеквадратическому отклонению. При этом имеется следующая связь между переменными

$$\sqrt{<x_l^2>} = (<x_l> + i\sqrt{<[\Delta x_l]^2>})\alpha, |\alpha| = 1,$$

причем, комплексное число α выбирается из условия, чтобы мнимая часть имела положительное или отрицательное значение. Этому удовлетворяет среднеквадратичное отклонение. Но иногда среднеквадратичное отклонение положительно, например, в случае диэлектрической проницаемости, где вмешиваются положительные и отрицательные заряды. Тогда имеем формулу $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{4\pi i\sigma}{\omega}$, где действительная часть пропорциональна положительному среднеквадратичному отклонению диполя, а проводимость пропорциональна среднему значению времени между столкновениями. Но зато проводимость делится на частоту, которая имеет положительный и отрицательный знак.

$$<[\Delta x_l]^2> = <[x_l - <x_l>]^2> = <x_l^2> - 2<x_l><x_l> + <x_l>^2 = <x_l^2> - <x_l>^2.$$

Значит, имеем

$$<x_l^2> = <x_l>^2 + <[\Delta x_l]^2> = |<x_l> + i\sqrt{<[\Delta x_l]^2>}|^2. \qquad (4.1.1)$$

Следовательно, алгоритм нахождения среднего решения, или среднего в фазовом пространстве решения, и его дисперсию сводится к нахождению комплексного решения. Среднее решение соответствует действительной части решения, а квадрат комплексной части соответствует дисперсии решения. Таков физический смысл комплексного решения, действительная часть – это среднее решение, а мнимая часть – это его среднеквадратическое отклонение. Комплексное решение описывает турбулентный режим течения.

4.2. Определение колеблющейся пульсирующей функции координат перемещения потока

Мнимая часть скорости соответствует скорости вращения в фазовом пространстве. Так как известен радиус вращения, то можно определить и частоту вращения. В плоскости вращения комплексную скорость с постоянным радиусом вращения и постоянной частотой можно представить в виде

$$V_x + iV_y = V_0 \exp(i\omega t).$$

В случае переменной по пространству стационарной скорости эту формулу можно представить локально в одной плоскости в виде

$$V_x(x,y) + iV_y(x,y) =$$

$$= V_0(x,y)\exp[i\int_0^t \omega(x,y,u)du],$$

причем, частота зависит от времени, так как смещение фазы обеспечивается гармоническими колебаниями в соседних точках. Сумма гармонических колебаний с разными частотами, зависящими от времени, определяет пульсирующий режим в фазовом пространстве, при стационарной комплексной скорости. Т.е. получается, что комплексная скорость описывает пульсирующие во времени координаты точек фазового пространства. Ситуация аналогична наличию нескольких стационарных вихрей, описывающих пульсирующее вращение потока.

Почему столь подробно описано комплексное пространство. Дело в том, что решения обыкновенных дифференциальных автономных уравнений с комплексными положениями равновесия имеет конечное решение только в комплексном пространстве см. [1].

4.3. Трехмерное комплексное пространство

Трехмерную скорость потока можно представить в виде

$$V_l = V_{tl} + iV_{nl} = V_l \exp(i\varphi_l),$$

$$\varphi_l = \arg(V_{tl} + iV_{nl}).$$

Причем, скорости определяются в виде интеграла от касательного ускорения, по формуле

$$V_{tl} = \int_{t_0}^{t} t_l(u)w_t(u)du + V_{tl}(t_0) = \int_{t_0}^{t} t_l(u)\frac{d\sqrt{\sum_{k=1}^{3} V_k(u)V_k^*(u)}}{du}du + V_{tl}(t_0) =$$

$$= \int_{t_0}^{t} t_l(u)\frac{d\sqrt{\sum_{k=1}^{3}[V_{tk}^2(u) + V_{nk}^2(u)]}}{du}du + V_{tl}(t_0),$$

Интеграл от нормального ускорения определяет нормальную компоненту скорости, по формуле

$$V_{nl} = \int_{\tau_0}^{\tau} w_{nl}(u)du = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{n_l(u)|\mathbf{V}|^2}{\rho(u)}du = \int_{\tau_0}^{\tau} |\mathbf{V}(u)|\frac{n_l(u)}{\rho(u)}ds =$$

$$= \int_{\tau_0}^{\tau} |\mathbf{V}|dt_l = \begin{cases} |\mathbf{V}|[t_l(\tau) - t_l(\tau_0)], |\mathbf{V}| = \mathrm{const} \\ \int_{\tau_0}^{\tau} |\mathbf{V}|dt_l, |\mathbf{V}| \neq \mathrm{const}, \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^{3}[V_{tk}^2(u) + V_{nk}^2(u)] = |\mathbf{V}|^2.$$

При этом величина локальной скорости $V_{nl}(\tau_0)=0, V_{tl}(\tau_0)=V_l(\tau_0)$. Но проинтегрированная относительно центростремительного ускорения скорость отлична от нуля $V_{nl}(\tau)\neq 0$,обращаясь при постоянной скорости частицы и постоянном радиусе кривизны, за период $T=\dfrac{2\pi R}{|\mathbf{V}|}$, где величина R это радиус кривизны, в ноль при этом

тело вернется в помеченную начальную точку. Радиус кривизны должен быть конечен, иначе нормальная компонента скорости обратится в ноль. При переменной скорости

частицы за время, когда один из интегралов $\int\limits_{\tau_0}^{\tau} |\mathbf{V}|\, dt_l = 0$, которое, при конечном радиусе кривизны одного знака траектории, конечно и равно

$$T=\int\limits_0^{2\pi}\frac{R(\varphi)d\varphi}{|\mathbf{V}(\varphi)|}=\int\limits_{s_0}^{s_0+s_T}\frac{ds}{|\mathbf{V}(s)|},$$

$$2\pi=\int\limits_{s_0}^{s_0+s_T}\frac{ds}{R(s)},$$

так как касательное направление t_l, при вращении меняет знак. При этом тело сместится относительно помеченной начальной точки. Причем, когда этот период мал, по сравнению с временем процесса, это вращение воспринимается как мнимое среднеквадратичное отклонение скорости. Отметим, что тангенциальное ускорение и нормальное ускорение образуют скорость, которая направлена по касательной к траектории частицы. Величины t_l, n_l это тангенциальные и нормальные орты. Тангенциальное ускорение определяется по формуле

$$w_t = d\sqrt{\sum_{k=1}^{3}\,[V_{tk}^2(t)+V_{nk}^2(t)]}\,/\,dt\,.$$

Направление скоростей $\Delta V_{tl}, \Delta V_{nl}$ ортогонально и их сумма приводит к приращению модуля скорости движения

$$\sum_{l=1}^{3}\,(dV_l)^2=\sum_{l=1}^{3}\,[(dV_{tl})^2+(dV_{nl})^2]=$$

$$=\sum_{l=1}^{3}\,|\,dV_{tl}+idV_{nl}\,|^2,$$

так как

$$\sum_{l=1}^{3}\,(w_l)^2=\sum_{l=1}^{3}\,[(w_{tl})^2+(w_{nl})^2]\,.$$

Дифференцируемые по времени компоненты этих проекций определяют тангенциальное и нормальное ускорение. При этом вводится понятие тангенциальной и нормальной скорости, которые в декартовом пространстве не ортогональны $(\mathbf{V}_t,\mathbf{V}_l)\neq 0$, но в шестимерном комплексном пространстве ортогональны и их модуль комплексного вектора $V_l=V_{tl}+iV_{nl}$ равен

$$\sum_{l=1}^{3}\,|V_l|^2=\sum_{l=1}^{3}\,[(V_{tl})^2+(V_{nl})^2]=$$

$$=\sum_{l=1}^{3}\,|\,V_{tl}+iV_{nl}\,|^2\,.$$

Это доказывается представлением

$$\mathbf{V}_t=\sum_{l=1}^{3}\,V_{tl}\mathbf{e}_{tl}, \mathbf{V}_n=\sum_{l=1}^{3}\,V_{nl}\mathbf{e}_{nl}$$

и вычислением модуля как произведения комплексно сопряженных векторов с учетом ортогональности шести действительных ортов.

5. Физический смысл уравнения ОТО

Общая теория относительности построена для макротел, являющихся совокупностью частиц вакуума, и они вращаются с мнимой скоростью и поступательно движутся с действительной скоростью. Определим квадрат комплексной координаты материальных частиц, из которых состоит вакуум, двигающихся с поступательной скоростью

$$V_{s\alpha}, s=1,...,3\,,$$

где α – номер частицы. При этом частицы вакуума будут вращаться с переменной мнимой скоростью

$$iw_{s\alpha}(t,x_1,..,x_3)\,.$$

Считаем, что скорости частиц вакуума равномерно распределены в малом объеме, причем скорость вращения равна

$$w_{s\alpha}=w_{s\alpha}(t,x_1,...,x_3)$$

и имеется скорость поступательного движения $V_{s\beta}=V_{s\beta}(t)$, поступательное движение малого объема прямолинейно и зависит только от времени

$$ds^2 = \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (idw_{s\alpha} + dV_{s\beta})^2 t_q^2 / (2N) =$$

$$= \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (i\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} dx^k + i\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t} dt + \frac{dV_{s\beta}}{dt} dt)^2 t_q^2 / (2N) =$$

$$= -\sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 / (2N) dx^k dx^l +$$

$$+ \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} [2\frac{\partial i w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{dV_{s\beta}}{dt} - 2\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t}] dx^k dt \cdot t_q^2 / (2N) +$$

$$+ \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} [(\frac{dV_{s\beta}}{dt})^2 + 2\frac{\partial i\Delta w_{s\alpha}}{\partial t} \frac{dV_{s\beta}}{dt} - (\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t})^2] dt^2 t_q^2 / (2N) =$$

$$= -\sum_{k,l=1}^{3} h_{kl} dx^k dx^k + \sum_{k=1}^{3} h_{k0} dx^k c dt + h_{00} c^2 dt^2. \qquad (5.1)$$

Величина c скорость света, равная

$$\sum_{\beta=-N}^{N} V_\beta^2 [1 + o(V_\beta^2 / c^2)] / N = 2c^2 \sum_{\beta=-N}^{N} (\frac{1}{\sqrt{1 - V_\beta^2 / c^2}} - 1) / N =$$

$$= 2c^2 \sum_{\beta=-N}^{N} (u_{0\beta} - 1) / 2N = \sum_{\beta=-N}^{N} V_{rel\beta}^2 / 2N =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} V_{rel}^2 \exp(-V_{rel}^2 / 2c^2) dV_{rel} / (c\sqrt{2\pi}) = c^2$$

$$V_{rel\beta}^2 = 2c^2 (u_{0\beta} - 1) \in [0, \infty]; \ \frac{V_\beta}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + \frac{V_{rel\beta}^2}{2c^2})^2}},$$

константа $t_q = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 c} = \frac{\hbar^3}{137 m_e e^4}$ – постоянная квантовой механики. Т.е. получаем формулу инвариантного интервала общей теории относительности в декартовой системе координат.

Величина g_{kl} определена по формулам

$$g_{kl} = \sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 / (2N);$$

$$g_{k0} = -\sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial w_{s\alpha}}{c\partial t} t_q^2 / (2N), \qquad (5.2)$$

при этом коэффициент при временной компоненте метрического тензора равен

$$g_{00} = \sum_{\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (\frac{dV_{s\beta}}{cdt})^2 t_q^2 / (2N) - \sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (\frac{\partial w_{s\alpha}}{c\partial t})^2 t_q^2 / (2N). \qquad (5.3)$$

При этом воспользовались соотношением

$$\sum_{\alpha=-N}^{N} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} = 0, \sum_{\alpha=-N}^{N} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t} = 0.$$

При этом имеем, используя вместо кинетической энергии системы полную энергию

$$g_{rr} = \sum_{s=1}^{3} (\frac{i\Delta w_s}{\Delta r})^2 t_q^2 = \frac{(i\Delta w)^2 + 2U/m}{c^2} + u_r^2 = -(1 + \frac{2\gamma M}{c^2}) + u_r^2 =$$
$$= -(1 + r_g / r), r_g = 2\gamma M / c^2;$$

$$g_{00} = \sum_{s=1}^{3} (\frac{\Delta V_s}{c\Delta t})^2 t_q^2 = \int_0^\infty [\frac{(\Delta V)^2 + 2U/m}{c^2}] \exp[-m_\gamma (\Delta V)^2 / (2m_\gamma c^2)] d\Delta V =$$
$$= 1 - 2\gamma M / (rc^2) = 1 - r_g / r,$$

где M – масса частицы, создающей гравитационное поле.

Скорость $w_{s\alpha}$ стационарна, т.е. от времени не зависит. Общая теория относительности не допускает физической сингулярности определителя, образованного метрическим тензором, поэтому имеем $h_{00} h_{rr} = \text{const}$, откуда определяется более точная формула

$$h_{rr} = -\frac{1}{1 - r_g / r}, h_{00} = 1 - r_g / r .$$

Используя характерный радиус элементарных частиц и массивных тел, получаем уравнение

$$\lambda_\alpha = \frac{2e^2}{m_\alpha c^2} - \frac{2\gamma m_\alpha}{c^2},$$

описывающее сумму гравитационного радиуса и электромагнитного радиуса одинаковых частиц. Знак минус в гравитационном радиусе возник из-за того, что положительные массы притягиваются, а заряды отталкиваются см. [1]. Имеем в общем случае два корня, равных

$$m_\alpha = -\frac{\lambda_\alpha c^2}{4\gamma} \pm \sqrt{(\frac{\lambda_\alpha c^2}{4\gamma})^2 + \frac{e^2}{\gamma}} .$$

Причем при большой величине $\frac{\lambda_\alpha c^2}{2\gamma}$, что соответствует размеру элементарных частиц, имеем два действительных корня $m_\beta = -\frac{\lambda_\alpha c^2}{2\gamma}, m_\alpha = \frac{2e^2}{\lambda_\alpha c^2}$, т.е. при величине

$$\lambda_\alpha = r_{ge} = \frac{2e^2}{m_e c^2},$$

равной радиусу электрона, получим две частицы с λ_α положительным. Отметим, что радиус частицы может быть комплексным. Одна частица с массой электрона, а другая массивная частица с отрицательной массой

$$m_\beta = -\frac{\lambda_\alpha c^2}{2\gamma} = -\frac{e^2}{m_e \gamma} = -\frac{\hbar c}{137 m_e \gamma} = -\frac{m_{Pl}^2}{137 m_e} \approx -\frac{(2.2 \cdot 10^{-5})^2}{137 \cdot 10^{-27}} = -3.53 \cdot 10^{15} \text{ г.}$$

Другая частица имеет размер

$$\lambda_\beta = \frac{2e^2}{m_\beta c^2} = -\frac{2\gamma m_e}{c^2} = -\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-7-27}}{9 \cdot 10^{20}} = -1.4 \cdot 10^{-54} \text{ см},$$

т.е. малую поверхность рассеяния. Если подставить значение массы m_β в уравнение для радиуса

$$\lambda_\beta = -\frac{2\gamma m_\beta}{c^2} = \frac{2e^2}{m_e c^2},$$

т.е. получим радиус первой частицы – электрона. Т.е. такая подстановка при вычислении радиуса массивной частицы не правильна.

По этим формулам каждой элементарной частице можно поставить в соответствие массивную частицу с отрицательной массой, имеющую малую поверхность рассеяния, т.е. трудно обнаруживаемую, в связи с малыми размерами и не рассеивающие электромагнитное излучение. Эти частицы являются кандидатами в частицы темной материи.

В случае отсутствия внешнего потенциала для частиц вакуума имеем

$$g_{kl} = \delta_{kl}.$$

При этом имеем что

$$\sum_{s=1}^{3} \left(\frac{\Delta w_s}{\Delta x_k}\right)^2 t_q^2 = 1,$$

$$\sum_{s=1}^{3} \left(\frac{\Delta V_s}{c\Delta t}\right)^2 t_q^2 = 1$$

и скорость $w_{s\alpha}$ стационарна, т.е. от времени не зависит.

Это приводит к предположению существования кванта времени, пространства и скорости

Константа N определена с точностью измерения по данным CODATA 2010, 2012

$$a_0 = 0,52917721092(17)10^{-8} \text{ см},$$

величина $l_{Pl} = 1.616199(97)10^{-33}$ см. При этом эта константа равна степени двойки, с поправкой на множитель, зависящий от мировых констант.

Пределом квантовой теории гравитации является не классическая механика, а квантовая механика. Поэтому $N \cdot l_{Pl} / \sqrt{137}$ должна быть характерной конечной величиной квантовой механики l_q.

Причем, среднее от квадратов случайной величины равно квадрату среднего плюс дисперсия. Значит, величина скорости света может оказаться больше скоростей отдельных частиц при большой дисперсии действительной скорости вращения частиц вакуума.

При этом добавка к скорости поступательного движения аддитивной величины скорости инерциальной системы координат, не приведет к изменению метрического тензора. Используется формула суммирования скоростей Галилея, так как получается метрический тензор пространства Минковского с помощью комплексной скорости в обычной евклидовой метрике. И только после этого возникает формула релятивистского сложения скоростей.

Отметим, что в микромире метрический тензор изрезан. Скорость частиц вакуума, зависит от потенциалов, действующих на них. Внутри тела действует множество потенциалов, которые изменяют скорость и концентрацию частиц вакуума, и, следовательно, меняют метрический тензор. Это

$$\Delta x_k = l_q / N = l_{Pl} / \sqrt{137}, \Delta t = t_q / N = t_{Pl} / \sqrt{137},$$

$$\Delta V = \sqrt{\sum_{s=1}^{3} (\Delta w_s)^2} = c / N = 10^{-14} cm/\sec,$$

$$l_q = \hbar^2 / m_e e^2, t_q = l_q / c, \alpha = \frac{1}{137.035989}$$

$$N = \hbar^2 \sqrt{137} / (l_{Pl} m_e e^2) = \frac{\sqrt{137} a_0}{l_{Pl}} =$$

$$= \frac{\sqrt{137.035989} \cdot 0,52917721092 \cdot 10^{-8}}{1.616199 \cdot 10^{-33}} = \frac{137.035989^{3/2} m_{Pl}}{m_e} =$$

$$= 3.8328658 \cdot 10^{25} = \begin{cases} 2^{85} / [(1+\alpha)(1+\alpha^{1.5})^3 (1+\alpha^2)^2 (1+\alpha^{2.5})^5 (1+\alpha^3)^2](1 \pm 10^{-6}) \\ 696^9 (1 \pm 0.9 \cdot 10^{-4}). \end{cases}$$

говорит о связи метрического тензора не только с гравитационным полем, но и с полем сильного, слабого, и электромагнитного взаимодействия.

Выводы

Волновая функция квантовой механики описывает потенциал скорости частиц вакуума по формуле

$$V_l = -i\frac{\hbar}{m}\nabla_l \ln\psi ,$$

где V_l – скорость частиц вакуума, а ψ волновая функция системы. Частицы вакуума группируются в полях электромагнитного взаимодействия, причем их совокупность образует элементарные частицы. Но поведение частиц вакуума квантовая механика описывает приближенно, скорость вычисляется с помощью потенциала скорости, что справедливо для потенциального потока частиц вакуума. По мере увеличения внешнего поля плотность и энергия частиц вакуума растет, и, следовательно, увеличивается их скорость, что приводит к увеличению числа Рейнольдса и переходу в турбулентный режим. В ядре атома, при большой концентрации и энергии частиц вакуума, гидродинамическое приближение о потенциальной скорости не работает, и надо использовать турбулентный режим расчета частиц вакуума, и значит, надо описывать ядро атома по-другому. При этом для описания ядра атома необходимо использовать уравнение Навье – Стокса, из которого как частный случай при потенциальной скорости, следует уравнение Шредингера. Описание решения уравнения Навье – Стокса в турбулентном режиме, см. [1]. Отметим, что как доказано в [1], имеется счетное количество решений уравнения Навье – Стокса, со счетным количеством собственных энергий в турбулентном режиме. Выскажем замечания по поводу развития идеи описания элементарных частиц с помощью частиц вакуума. Представляет интерес описание стандартной модели с помощью частиц вакуума. С помощью частиц вакуума можно описывать ядро атома. Причем взаимодействие между огромным количеством диполей при большой плотности частиц вакуума в ядре приводит к возможности их описания с помощью электромагнитных сил см. конец разд. 2 .

Список литературы

1. Якубовский Е.Г. Исследование решений уравнения Навье – Стокса // Энциклопедический фонд России, 2014. – 60 с. –URL: http://russika.ru/sa.php?s=868.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика, т.VI. – М.: Наука, 1988.

3. Кикоин И.К. Таблицы физических величин: Справочник. – М.: Атомиздат, 1976. – 1009 с.

4. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.: Высшая школа, 1981. – 400 с.

5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория т.III. – М.: Наука, 1969. – 768 с.

6. Якубовский Е.Г. Граница между корпускулярными и волновыми свойствами // Энциклопедический фонд России, 2015. – 22 с. – URL: http://russika.ru/userfiles/390_1446373719.pdf.